

NP-43

**B.Sc. I Sem. Mathematics Exam. 2013-14**  
**ALGEBRA, TRIGONOMETRY AND GEOMETRY**

**Time Allowed : Three Hours**

**Maximum Marks : 125**

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

**Note : Attempt all questions.**

ਖੱਡ - 'ਅ' Section - A

### **वस्तुनिष्ठ प्रश्न Objective Type Questions**

Q.1. सही विकल्प चुनिए।

Choose the correct answer

2 each

i) आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  की जाति है:



Rank of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  is:

- ii) समीकरण  $x^2 + x + 1 = 0$  का व्युत्क्रम समीकरण हैः  
 (अ)  $x^2 - x + 1 = 0$       (ब)  $x^2 + x - 1 = 0$   
 (स)  $x^2 + x - 1 = 0$       (द) इनमें से कोई नहीं

The reciprocal equation of the equation  $x^2 + x + 1 = 0$  is :

- (a)  $x^2 - x + 1 = 0$       (b)  $x^2 + x + 1 = 0$   
 (c)  $x^2 + x - 1 = 0$       (d) None of these  
 iii) श्रेणी के रूप में  $\sin \alpha$  का मान हैः  
 (अ)  $\alpha - \alpha^2 + \alpha^3 - \dots$       (ब)  $\alpha - \frac{\alpha^3}{\sqrt{3}} + \frac{\alpha^5}{\sqrt{5}} - \dots$

In form of series, value of  $\sin \alpha$  is:

- (a)  $\alpha - \alpha^2 + \alpha^3 - \dots$     (b)  $\alpha - \frac{\alpha^3}{\angle 3} + \frac{\alpha^5}{\angle 5} - \dots$   
 (c)  $1 - \frac{\alpha^2}{\angle 2} + \frac{\alpha^4}{\angle 4} - \dots$     (d) None of these

Q.10. समूहों को समाकारिता के मूलभूत प्रमेय का कथन लिखिए तथा इसे सिद्ध कीजिए।

State and prove fundamental theorem of homomorphism of groups.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि सभी परिमेय संख्याओं का समुच्चय साधारण योग और गुण के सापेक्ष एक बलय है।

Prove that set of all rational numbers is ring with respect to addition and multiplication.

Q.11. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (5, 4, 3) तथा आधार वक्र  $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$  है।

Find the equation of cone whose vertex is (5, 4, 3) and base curve is  $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$ .

अथवा / OR

शांकव  $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$  का अनुरेखण कीजिए।  
Trace the conic

$$x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$$



iv)  $\text{Cosec } ix$  का मान है:

- (a)  $\text{Sec } h x$
- (b)  $\text{Cosec } h x$
- (c)  $-i \text{ Cosec } h x$
- (d) इनमें से कोई नहीं

The value of  $\text{Cosec } ix$ :

- (a)  $\text{Sec } h x$
- (b)  $\text{Cosec } h x$
- (c)  $-i \text{ Cosec } h x$
- (d) None of these

v) किसी समूह में तत्समक अवयव होते हैं:

- (a) 0
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 1

No of identify elements in a groups is :

- (a) 0
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 1

vi) चक्रीय समूह  $\{(1, \omega, \omega^2), \cdot\}$  के जनक हैं:

- (a) 1,  $\omega$
- (b)  $\omega, \omega^2$
- (c) 1,  $\omega^2$
- (d) इनमें से कोई नहीं

The generators of cyclic group  $\{(1, \omega, \omega^2), \cdot\}$  are:

- (a) 1,  $\omega$
- (b)  $\omega, \omega^{2^r}$
- (c) 1,  $\omega^2$
- (d) None of these

vii)  $S_4$  सममित समूह की कोटि क्या है:

- (a) 6
- (b) 12
- (c) 18
- (d) 24

Order of symmetric group  $S_4$  is :

- (a) 6
- (b) 12
- (c) 18
- (d) 24

viii) फलन  $f : G \rightarrow G'$  तुल्यकारी होता हैं यदि:

- (अ)  $f$  एकेकी हैं
- (ब)  $f$  आच्छादक हैं
- (स)  $f$  एकैक और आच्छादक हैं
- (द)  $f$  एकैक, आच्छादक और समाकारी हैं

The function  $f : G \rightarrow G'$  is isomorphism if:

- (a)  $f$  is one-one
- (b)  $f$  is onto
- (c)  $f$  is one-one and onto
- (d)  $f$  is one-one, onto and homomorphism.

ix) समीकरण  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  एक

अतिपरवलय निरूपित करेगा जब:

- (अ)  $\Delta = 0, h^2 = ab$
- (ब)  $\Delta \neq 0, h^2 < ab$
- (स)  $\Delta \neq 0, h^2 > ab$
- (द)  $\Delta \neq 0, h^2 = ab$

The equation

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  represent a hyperbola when:

- (a)  $\Delta = 0, h^2 = ab$
- (ब)  $\Delta \neq 0, h^2 < ab$
- (c)  $\Delta \neq 0, h^2 > ab$
- (d)  $\Delta \neq 0, h^2 = ab$

x) शंकु  $x^2 + y^2 = z^2, z = 1$ . के आधार की विज्या हैं:

- (अ) -1
- (ब) 2
- (स) 1
- (द) 0

The radius of the base of cone  $x^2 + y^2 = z^2, z = 1$ .

- (a) -1
- (ब) 2
- (c) 1
- (d) 0

Q.8  $\checkmark (-1)^{\frac{1}{6}}$  के सभी मान ज्ञात कीजिए।

Find all values of  $(-1)^{\frac{1}{6}}$ .

अथवा / OR

यदि  $\sin(A+iB) = x+iy$ , तब सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{x^2}{\cos h^2 B} + \frac{y^2}{\sin h^2 B} = 1 \text{ और } \frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1.$$

If  $\sin(A+iB) = x+iy$ , then prove that

$$\frac{x^2}{\cos h^2 B} + \frac{y^2}{\sin h^2 B} = 1 \text{ and } \frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1.$$

Q.9  $\checkmark$  माना  $H, G$  का अरिक्त उपसमूच्य हैं तो सिद्ध कीजिये कि  $H, G$  का उपसमूह होगा यदि और केवल यदि  $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$  जहाँ  $b^{-1}$ ,  $G$  में  $b$  का प्रतिलोम हैं।

Let  $H$  be non empty subset of  $G$ . Then prove that  $H$  will be subgroup of  $G$  iff  $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$ . Where  $b^{-1}$  is inverse of  $b$  in  $G$ .

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि समूह  $G$  का उपसमूह  $H, G$  का प्रसामान्य उपसमूह होगा यदि और केवल यदि  $G$  में  $H$  का प्रत्येक वाम सहसमूच्य  $G$  में  $H$  का दक्षिण सहसमूच्य हैं।

Prove that subgroup  $H$  of group  $G$  will be normal subgroup of  $G$  iff every left coset of  $H$  in  $G$  is right coset of  $H$  in  $G$ .

(8)

खण्ड - 'स'

Section - C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

Long Answer Type Questions

14 each

Q.7<sub>1</sub> आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  के अभिलक्षणिक मूलों एवं संगत

अभिलक्षणिक सदिशों को ज्ञात कीजिए।

Find the characteristic values and corresponding characteristics vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

अथवा / OR

आव्यूह विधि से निम्न समीकरणों को हल कीजिए।

$$x + y + z = 6, x - y + z = 2, 2x + y - z = 1$$

Solve following equations by matrix method

$$x + y + z = 6, x - y + z = 2, 2x + y - z = 1.$$

(5)

खण्ड - 'ब'

Section - B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Type Questions

7 each

Q.2 निम्न आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलिए

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Reduce the following matrix in normal form

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

अथवा / OR

समीकरण  $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$ , को हल कीजिए। जबकि इसके मूल समान्तर श्रेणी में हैं।

Solve the equation  $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$ , when its roots are in arithmetic progression.

Q.3. यदि  $x_r = \cos\left(\frac{\pi}{2^r}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2^r}\right)$ , तब सिद्ध कीजिए कि

$$x_1 x_2 x_3 \dots = -1$$

If  $x_r = \cos\left(\frac{\pi}{2^r}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2^r}\right)$ , then prove that

$$x_1 x_2 x_3 \dots = -1.$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\pi}{4} = \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{7} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{2}{2^3} + \frac{1}{7^3} \right) + \frac{1}{5} \left( \frac{2}{3^5} + \frac{1}{7^5} \right) - \dots$$

Prove that

$$\frac{\pi}{4} = \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{7} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{2}{2^3} + \frac{1}{7^3} \right) + \frac{1}{5} \left( \frac{2}{3^5} + \frac{1}{7^5} \right) - \dots$$

Q.4. सिद्ध कीजिए की समुद्रय  $G = \{1, w, w^2\}$  जहाँ  $w^3 = 1$  गुणन के सापेक्ष आबेली समूह हैं।

Prove that the set  $G = \{1, w, w^2\}$ , where  $w^3 = 1$  is group with respect to multiplication.

अथवा / OR

दिखाइये कि आबेली समूह का प्रत्येक विभाग समूह आबेली होता है परन्तु इसका विलोम सत्य नहीं है।

Show that every quotient group of abelian group is abelian, but converse of this is not true.

Q.5. क्रमचय  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$  के प्रतिलोमन ज्ञात कीजिए।

Find the inversions of permutation  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ .

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि एक विषम फील्ड शून्य भाजक रहित होता है।

Prove that a skew field is without zero divisor.

Q.6. निम्न वक्र किस शांकव को निरूपित करता है

$$\frac{1}{2} x^2 - 5xy + y^2 + 8x - 20y + 15 = 0$$

Find the nature of the following conic

$$x^2 - 5xy + y^2 + 8x - 20y + 15 = 0$$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए की समतल  $x + 2y - 2z = 4$  परवलय  $3x^2 + 4y^2 = 2yz$  को स्पर्श करता है। स्पर्श बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

Prove that the plane  $x + 2y - 2z = 4$  touch the paraboloid  $3x^2 + 4y^2 = 2yz$ . Find the point of contact.